



65^{ème} LEÇON : Surface du cercle

LEC - MLB / Calcul CM : Établir (*démontrer ?*) la surface du cercle. (Guider le déroulement de la leçon sans la feuille; ils peuvent trouver beaucoup ...)

Calcul mental

Comment diviser par 25 : (diviser par 100, puis multiplier par 4) ; 32 : 25 – 56 – 54 – 23 – 14 ...

Rappel : la circonférence du cercle

Comment calcule-t-on déjà, la circonférence du cercle ? .../... $C = \text{Diamètre} \times \Pi = (R \times 2) \times \Pi$

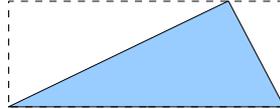
Rappel : la surface du rectangle

Quelles sont les surfaces que nous savons calculer ?

Le rectangle : $S = \text{Longueur} \times \text{largeur}$

Le triangle : $S = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2}$

Le parallélogramme : $S = \text{Base} \times \text{hauteur}$



Expliquer comment, pour trouver chacune de ces surfaces, nous avons utilisé la surface du rectangle.

Résumons-nous : nous ne savons calculer que la surface du rectangle. Pour calculer la surface d'une autre figure, nous essayons d'y retrouver un rectangle

La surface du cercle

Sur une feuille de couleur, tracer un cercle (C) de centre O, et de rayon 8 cm.

Quelle est sa surface ? .../...

Même avec un quadrillage en cm^2 , il est difficile d'approcher du résultat.

Pour trouver la surface du parallélogramme, nous avons découpé le triangle de gauche pour le recoller à droite, et ainsi transformer notre parallélogramme en rectangle.

Pourrions-nous transformer un cercle en rectangle ? .../...

1) Transformons notre cercle en rectangle

Tracer 10 ou 12 diamètres régulièrement espacés. Découper les 20 ou 24 secteurs de cercle ainsi dessinés.

Coller côte à côte, tête-bêche, dix-neuf secteurs de cercle, rayon exactement contre rayon.

Couper le dernier secteur de cercle en deux secteurs égaux.

Coller l'un à droite et l'autre à gauche de la figuré collée.

Quelle est approximativement la forme de cette figure ? ... / ... *C'est un rectangle.*

2) Quelle est la hauteur (largeur) de ce rectangle ?

On peut la mesurer, mais ce n'est pas la peine, on le sait déjà. La hauteur de ce rectangle est _____

3) Quelle est la longueur de ce rectangle ?

Une idée ? Suivons au crayon la longueur bosselée de ce presque rectangle. Qu'est-ce donc ?

Suivons les deux longueurs, celle du haut et celle du bas ...

Qu'était donc cette ligne avant le découpage du cercle ? .../... *C'est la circonférence du cercle.*

Alors quelle était sa longueur ?

Circonférence du cercle de 8 cm de rayon (C) :

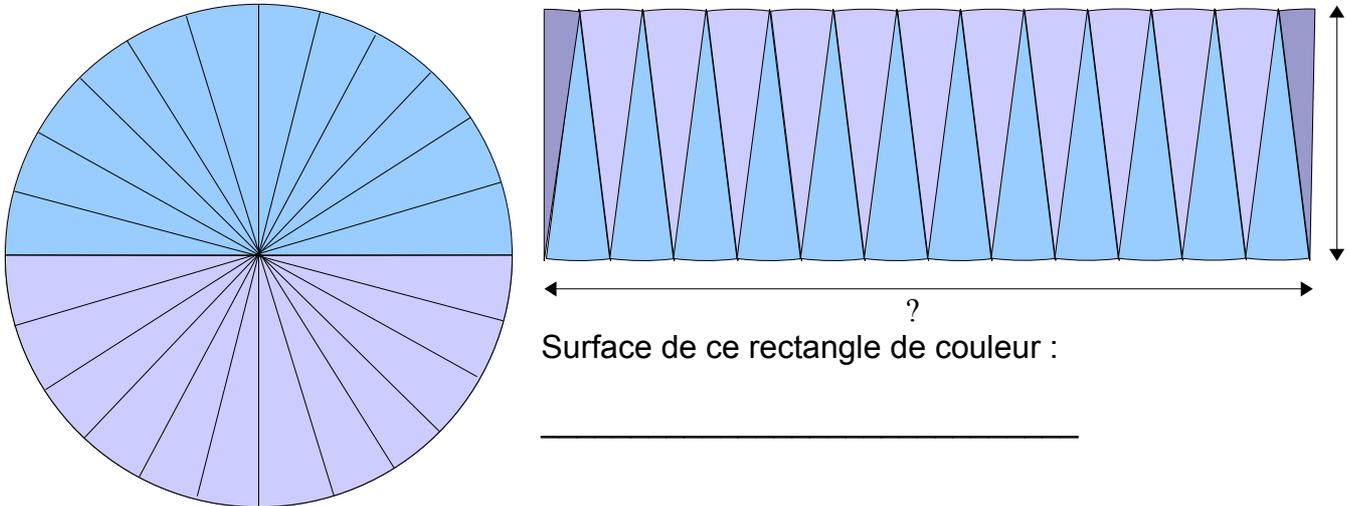
Longueur d'un seul côté sur la figure :

4) Donc, quelle est la surface de ce rectangle ?

Mais cette figure de couleur, ce collage, n'est pas tout à fait un rectangle ; les longueurs sont

bosselées. Si l'un de nous, très patient, et très méticuleux avait découpé 100 secteurs de cercle au lieu de 20, la longueur du presque rectangle serait bien plus rectiligne, bien plus droite. Nous ne sommes pas obligés de le faire. Nous pouvons seulement l'imaginer. Et si on pouvait découper 1000 secteurs de cercle ? La hauteur ne changerait pas; les longueurs ressembleraient presque à des segments de droites ; et si on découpait un nombre très très grand, aussi grand que l'on peut l'imaginer, alors, nos longueurs seraient très très droites. Et la figure serait un vrai rectangle de largeur 8 cm et de longueur la moitié de la circonférence.

La surface d'un rectangle se calcule en multipliant la longueur par la largeur.



Surface de ce rectangle de couleur :

5) Donc, quelle est la surface d'un cercle de 8 cm de rayon ?

Surface du cercle que nous avons découpé :

6) Donc, quelle est la surface d'un cercle de rayon R ?

$$S = [C : 2] \times R = [(\pi \times R \times 2) : 2] \times R$$

« Multiplier par 2, puis diviser par deux, autant ne rien faire » (*Jérémie, 9 ans*)

Surface d'un cercle de rayon R : **$S = \pi \times R \times R$**

Exercices

440. Quelle est la surface d'un cercle de 10 cm de rayon ?

441. Quelle est la surface d'une piste de cirque ronde de 3,50 m de rayon ?

442. Quelle est la surface d'un cercle de 34 cm de diamètre ? Quelle est sa circonférence ?

443. Un aménagement de jardin public a une forme circulaire. Il s'agit d'une allée de sable qui fait le tour d'une pelouse. Le jardinier trace d'abord un grand cercle de rayon 4,70m.

A) Quelle est la surface totale de ce grand cercle ?

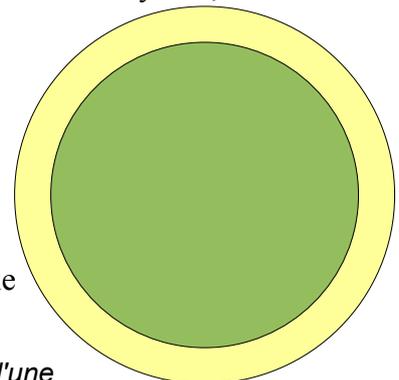
B) Au milieu de ce grand cercle, il trace alors une pelouse circulaire de 4m de rayon. Quelle est la largeur de l'allée ?

C) Quelle est la surface de la pelouse ?

D) Quelle est donc la surface de l'allée ?

E) Il faut 350 g de graines de gazon par m². Quel poids de graines de gazon faut-il pour ensemer la pelouse ?

F) Il faut 35 kg de sable par m² de pelouse. Quel poids de sable sera nécessaire pour sabler l'allée circulaire ?



Cette allée forme une « couronne circulaire ». Pour calculer la surface d'une couronne circulaire, il suffit d'enlever la surface du cercle intérieur de la surface du cercle extérieur..